**2)** Sachant que f(1) = $\sqrt{2}$ . Déterminer la limites suivantes : $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{f(x) - \sqrt{2}}{x - 1}$ et $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{f(x) - 1}{x}$.

**3)** Montrer que l'équation f(x) = x admet dans [1 , +∞[ une unique solution $\alpha$ et que $\alpha \in ]1 , 2[$.

**<u>On donne par la suite</u>** $f(x) = \dfrac{1 + x}{\sqrt{1 + x^2}}$.

**4)** Dresser le tableau de variations de f.

**5)** Soit g la restriction de f à l'intervalle [1 , +∞[.

**a)** Montrer que g réalise une bijection de [1 , +∞[ sur un intervalle J que l'on précisera.

**b)** Expliciter $g^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$.

**II/** Soit la fonction h définie sur [0 , +∞] par $h(x) = \begin{cases} 1 + \sqrt{2} + \cos(\pi x) & \text{si } x \in [0 , 1] \\ g(x) & \text{si } x \in ]1 , +\infty[ \end{cases}$

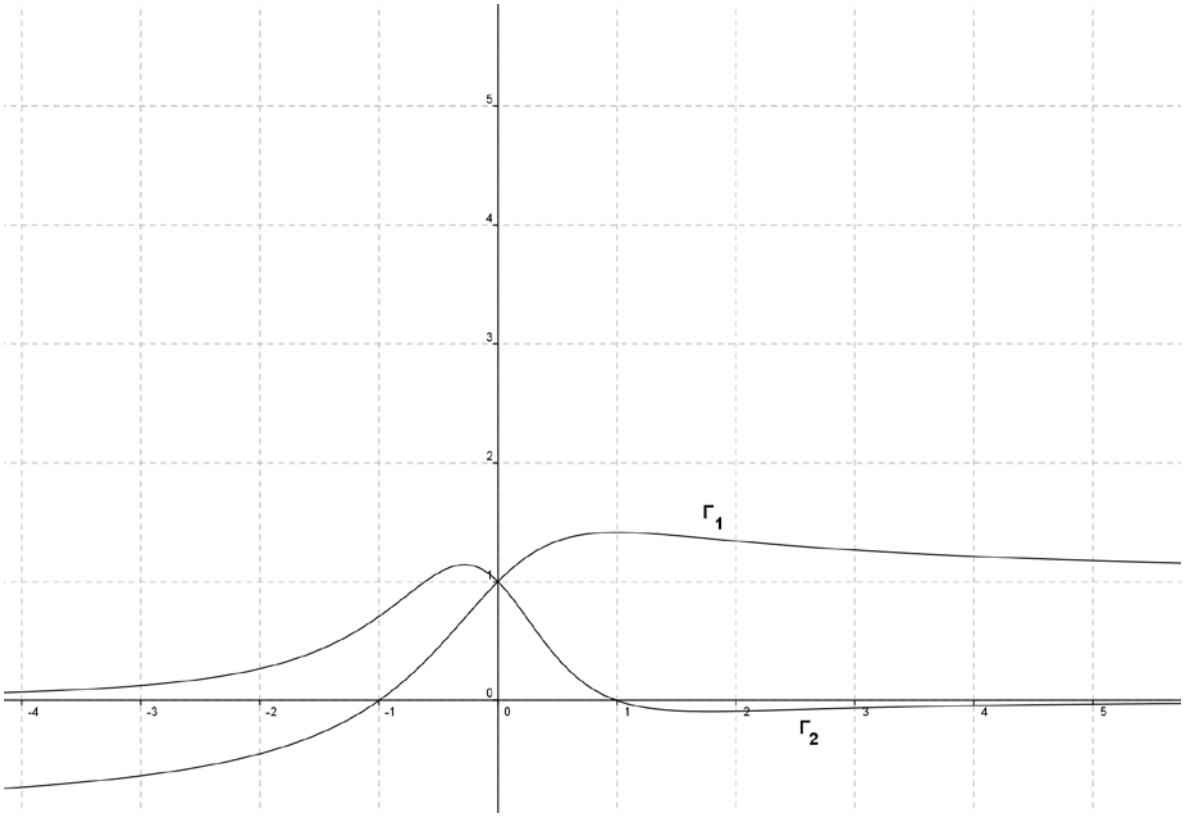
**1) a)** Etudier la continuité et la dérivabilité de h en 0.

**b)** Dresser le tableau de variation de h sur [0 , +∞[ puis donner h([0 , 1]).

**2) a)** Montrer que h réalise une bijection de[0 , +∞ [ sur ]1 , 2+$\sqrt{2}$ ].

**b)** Déterminer $h^{-1}(\dfrac{2 + 3\sqrt{2}}{2})$.

**c)** Construire dans la feuille ci-jointe les courbes de h et de $h^{-1}$.

**3)** Etudier la dérivabilité de $h^{-1}$ à gauche en $\sqrt{2}$ .

**4)** Montrer que $h^{-1}$ est dérivable sur ]$\sqrt{2}$ , 2+$\sqrt{2}$ [ et calculer $(h^{-1})'$.